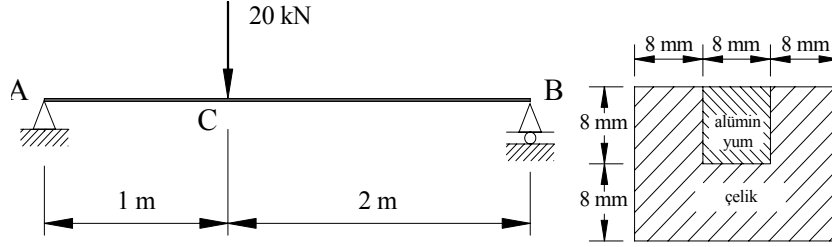


2005/2006 ÖĞRETİM YILI GÜZ YARIYILI MUKAVEMET 1 DERSİ

2. VİZE SORU VE CEVAPLARI

SORU 1



Çelik ve alüminyum çubukların birleştirilmesi ile meydana gelen kompozit kirişin kesiti şekilde verilmektedir. Kirişteki en büyük momenti kullanarak,

- Alüminyumda meydana gelen maksimum gerilmeyi,
- Çelikte meydana gelen maksimum gerilmeyi bulunuz ($E_{\text{ç}}=210 \text{ GPa}$, $E_{\text{Al}}=70 \text{ GPa}$).

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow R_A + R_B - 20 = 0 \rightarrow R_A + R_B = 20 \text{ kN}$$

$$\curvearrow + \sum M_A = 0 \rightarrow R_B \cdot 3 - 1 \cdot 20 = 0 \rightarrow R_B = \frac{20}{3} \text{ kN}$$

$$R_A + R_B = 20, \quad R_A + \frac{20}{3} = 20 \rightarrow R_A = \frac{40}{3} \text{ kN}$$

$$\frac{dV}{dx} = -q, \quad \frac{dM}{dx} = V$$

Kesme Kuvveti Diyagramı:

$$V_A = R_A = \frac{40}{3} \text{ kN} \rightarrow V_A = \frac{40}{3} \text{ kN}$$

$$V_C - V_A = -20 \text{ kN} \rightarrow V_C - \frac{40}{3} = -20 \rightarrow V_C = -\frac{20}{3} \text{ kN}$$

$$V_B - V_C = 0 \rightarrow V_B - \left(-\frac{20}{3}\right) = 0 \rightarrow V_B = -\frac{20}{3} \text{ kN}$$

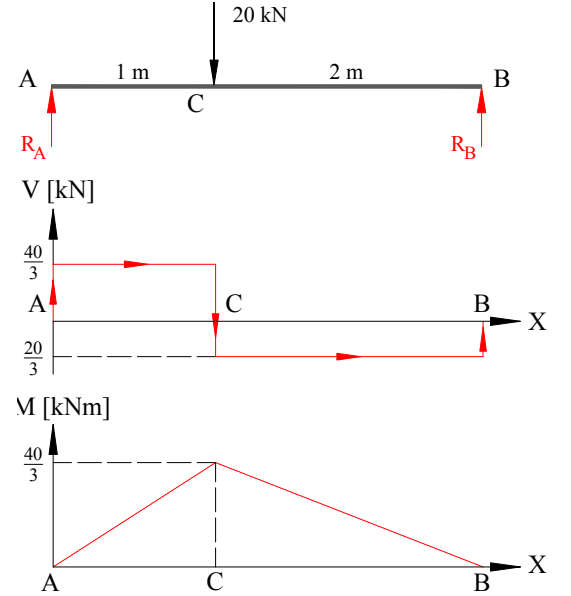
Moment Diyagramı:

Mafsallar moment taşımadıklarından, $M_A = 0 \text{ kNm}$, $M_D = 0 \text{ kNm}$

$M_C - M_A = AC$ arası kesme kuvveti diyagramı altında kalan alan

$$M_C - M_A = \frac{40}{3} \cdot 1 - 0 = \frac{40}{3} \text{ kNm} \rightarrow M_C = \frac{40}{3} \text{ kNm}$$

$$M_B - M_C = M_B - \frac{20}{3} \cdot 2 + \frac{40}{3} \rightarrow M_B = 0 \text{ kNm}$$

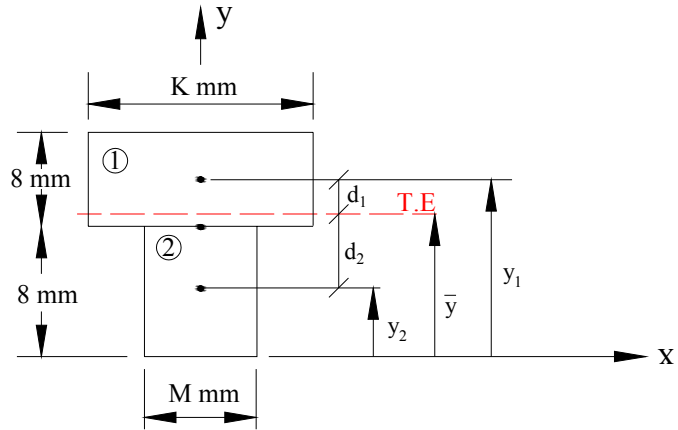


$$\frac{E_{al.}}{E_{\zeta el.}} = \frac{1}{3} = n \text{ buradan;}$$

$$K = \frac{L_{\zeta el.}}{n} + L_{al.} = \frac{16}{3} + 8 = 13,33 \text{ mm}$$

$$M = \frac{L_{\zeta el.}}{n} + L_{al.} = \frac{24}{3} = 8 \text{ mm}$$

$$\bar{y} = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2}{A_1 + A_2}$$



$$\bar{y} = \frac{(8 \cdot 8) \cdot 4 + (13,33 \cdot 8) \cdot 12}{8 \cdot 8 + 13,33 \cdot 8} = 8,99 \text{ mm} \rightarrow \bar{y} = 8,99 \text{ mm}$$

$$d_1 = y_1 - \bar{y} = 12 - 8,99 = 3,01 \text{ mm} \rightarrow \underline{d_1 = 3,01 \text{ mm}}$$

$$d_2 = \bar{y} - y_2 = 8,99 - 4 = 4,99 \text{ mm} \rightarrow \underline{d_2 = 4,99 \text{ mm}}$$

$$I_1 = \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} + A_1 \cdot d_1^2 = \frac{13,33 \cdot 8^3}{12} + (13,33 \cdot 8) \cdot (3,01)^2 = 1534,92 \text{ mm}^4 \rightarrow \underline{I_1 = 1534,92 \text{ mm}^4}$$

$$I_2 = \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} + A_2 \cdot d_2^2 = \frac{8 \cdot 8^3}{12} + (8 \cdot 8) \cdot (4,99)^2 = 1934,94 \text{ mm}^4 \rightarrow \underline{I_2 = 1934,94 \text{ mm}^4}$$

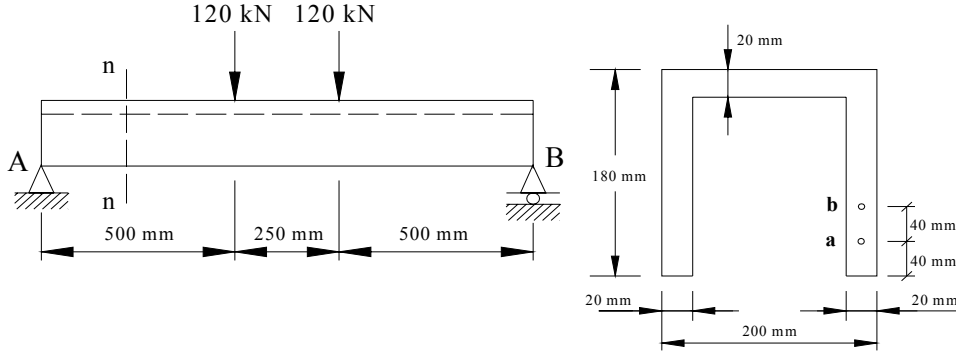
$$I = I_1 + I_2 = 1534,92 \text{ mm}^4 + 1934,94 \text{ mm}^4 = 3469,86 \text{ mm}^4 \rightarrow \underline{I = 3469,86 \text{ mm}^4}$$

$$\text{a) } (\sigma_{maks})_{\zeta el.} = \frac{n_{\zeta al.} \cdot M \cdot c_1}{I} = \frac{1 \cdot \frac{40}{3} \cdot 10^6 \cdot (16 - 8,99)}{3469,86} = 26936,73 \text{ MPa}$$

$$\rightarrow \underline{(\sigma_{maks})_{\zeta el.} = 26936,73 \text{ MPa}}$$

$$\text{b) } (\sigma_{maks})_{al.} = \frac{n_{al.} \cdot M c_2}{I} = \frac{1 \cdot \frac{40}{3} \cdot 10^6 \cdot 8,99}{3469,86} = 11515,03 \text{ MPa} \rightarrow \underline{(\sigma_{maks})_{al.} = 11515,03 \text{ MPa}}$$

SORU 2



Şekildeki kirişin n-n kesitinde bulunan a ve b noktalarındaki kayma gerilmelerini bulunuz.

$$+\uparrow \sum F_y = 0 \rightarrow R_A + R_B - 120 - 120 = 0 \rightarrow R_A + R_B = 240 \text{ kN}$$

$$\curvearrow + \sum M_A = 0 \rightarrow R_B \cdot 1125 - 120 \cdot 750 - 120 \cdot 500 = 0$$

$$\rightarrow \underline{R_B = 120 \text{ kN}}$$

$$R_A + R_B = 240, R_A + 120 = 240 \rightarrow \underline{R_A = 120 \text{ kN}}$$

$$\frac{dV}{dx} = -q, \quad \frac{dM}{dx} = V$$

Kesme Kuvveti Diyagramı:

$$V_A = R_A = 120 \text{ kN} \rightarrow \underline{V_A = 120 \text{ kN}}$$

$$V_C - V_A = -120 \rightarrow V_C - 120 = -120 \rightarrow \underline{V_C = 0 \text{ kN}}$$

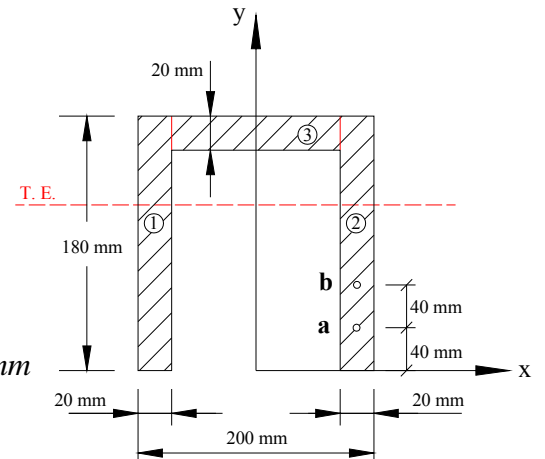
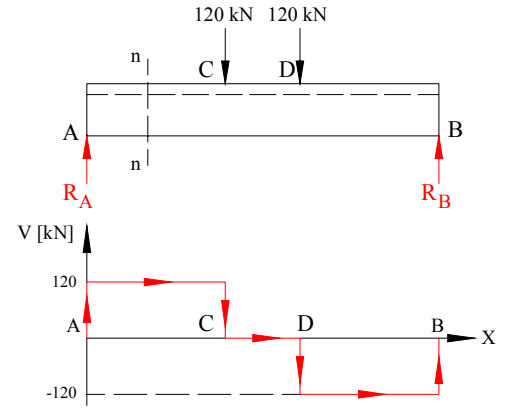
$$V_D - V_C = -120 \rightarrow V_D - 0 = -120 \rightarrow \underline{V_D = -120 \text{ kN}}$$

$$V_B - V_D = 0 \rightarrow V_B - (-120) = 0 \rightarrow \underline{V_B = -120 \text{ kN}}$$

$$\bar{y} = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + A_3 \cdot y_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

$$\bar{y} = \frac{(180 \cdot 20) \cdot 90 + (180 \cdot 20) \cdot 90 + (20 \cdot 160) \cdot 170}{180 \cdot 20 + 180 \cdot 20 + 20 \cdot 160} = 114,62 \text{ mm}$$

$$\rightarrow \underline{\bar{y} = 114,62 \text{ mm}}$$



$$I_1 = \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} + A_1 \cdot d_1^2 = \frac{20 \cdot 180^3}{12} + (20 \cdot 180) \cdot (114,62 - 90)^2 \rightarrow \underline{I_1 = 11902119,84 \text{ mm}^4}$$

$$I_2 = \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} + A_2 \cdot d_2^2 = \frac{20 \cdot 180^3}{12} + (20 \cdot 180) \cdot (114,62 - 90)^2 \rightarrow \underline{I_2 = 11902119,84 \text{ mm}^4}$$

$$I_3 = \frac{b_3 \cdot h_3^3}{12} + A_3 \cdot d_3^2 = \frac{160 \cdot 20^3}{12} + (160 \cdot 20) \cdot (114,62 - 170)^2 \rightarrow \underline{I_3 = 9920888,78 \text{ mm}^4}$$

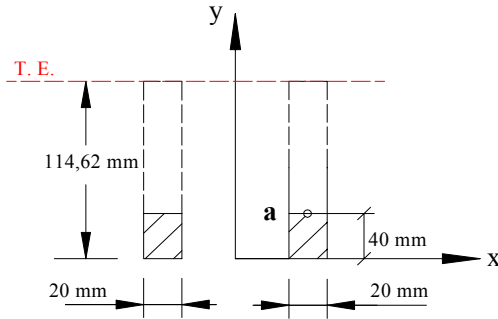
$$I = I_1 + I_2 + I_3 = 11902119,84 \text{ mm}^4 + 11902119,84 \text{ mm}^4 + 9920888,78 \text{ mm}^4 = 33725128,43 \text{ mm}^4$$

$$\rightarrow \underline{I = 33725128,43 \text{ mm}^4}$$

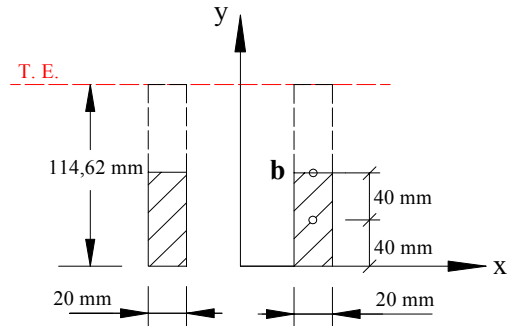
Tarafsız eksene göre statik momentler:

$$\text{a noktası için: } Q_a = 2 \cdot [20 \cdot 40 \cdot (114,62 - 20)] = 151392 \text{ mm}^3 \rightarrow \underline{Q_a = 151392 \text{ mm}^3}$$

$$\text{b noktası için: } Q_b = 2 \cdot [20 \cdot 80 \cdot (114,62 - 40)] = 238784 \text{ mm}^3 \rightarrow \underline{Q_b = 238784 \text{ mm}^3}$$



a noktası için statik moment

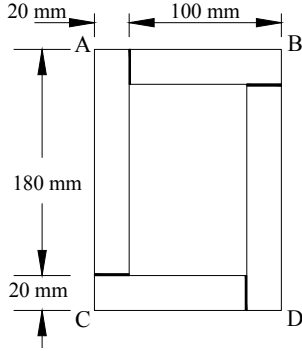


b noktası için statik moment

$$\tau_a = \frac{V \cdot Q_a}{b \cdot I} = \frac{120 \cdot 10^3 \cdot 151392}{2 \cdot 20 \cdot 33725128,43} = 13,47 \text{ MPa}$$

$$\tau_b = \frac{V \cdot Q_b}{b \cdot I} = \frac{120 \cdot 10^3 \cdot 238784}{2 \cdot 20 \cdot 33725128,43} = 21,24 \text{ MPa}$$

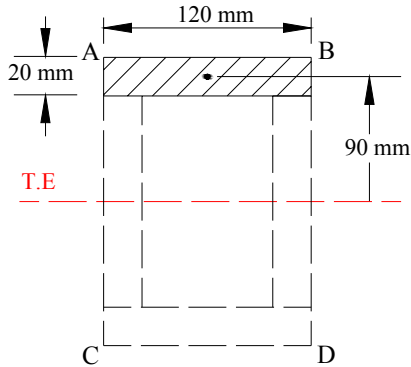
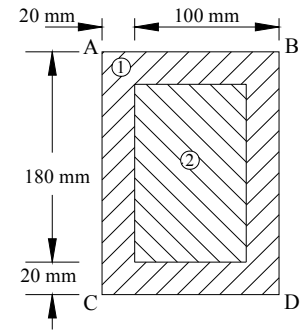
SORU 3



Dört tane tahtanın yapıştırıcıyla birleştirilmesi sonucu şekildeki kiriş kesiti oluşmuştur. Kiriş $V=3,5$ kN'luk düşey kesme kuvvetine maruz olduğuna göre B deki yapıştırılan yüzeyde meydana gelen ortalama kayma gerilmesini bulunuz

Soruda verilen şeklin atalet momenti belirlenirken ABCD dikdörtgenin atalet momentinden içteki dikdörtgenin atalet momentini çıkarılır. Buna göre;

$$I_1 = \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} - \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} = \frac{120 \cdot 200^3}{12} - \frac{80 \cdot 160^3}{12} = 52,693 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$
$$\rightarrow I = 52,693 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$



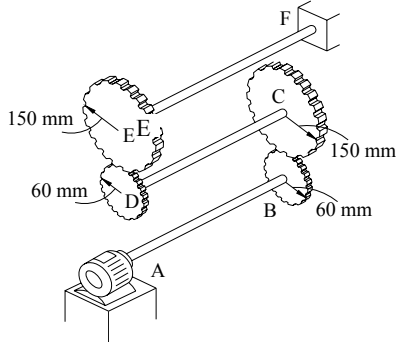
$$Q_B = 120 \cdot 20 \cdot 90 = 216 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \rightarrow \underline{Q_B = 216 \cdot 10^3 \text{ mm}^3}$$

$$t_B = 2 \cdot 20 = 40 \text{ mm} \rightarrow \underline{t_B = 40 \text{ mm}}$$

$$\tau_B = \frac{V \cdot Q_B}{I \cdot t_B} = \frac{3,5 \cdot 10^3 \cdot 216 \cdot 10^3}{52,693 \cdot 10^6 \cdot 40} = 0,359 \text{ MPa}$$

$$\rightarrow \underline{\tau_B = 0,359 \text{ MPa}}$$

SORU 4



A noktasındaki motordan alınan 7,5 kW'lık güç dişliler vasıtasıyla F noktasındaki makina elemanına iletilmektedir. Motorun frekansı 30 Hz ve her bir mil için emniyetli kayma gerilmesi 60 MPa olduğuna göre her bir milin çapını hesaplayınız.

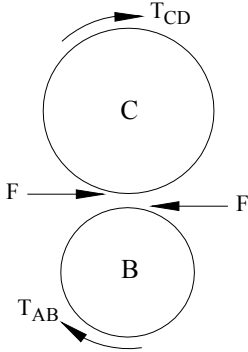
$$P = T \cdot \omega, \quad \omega = 2\pi \cdot f \rightarrow T = \frac{P}{2\pi \cdot f} = \frac{7,5 \cdot 10^3}{2\pi \cdot 30} = 39,79 \text{ Nm} \rightarrow \underline{T_{AB} = 39,79 \text{ Nm}}$$

AB milinin çapı:

$$\tau_{em.} = \frac{T_{AB} \cdot c_{AB}}{J_{AB}} = 60 \text{ MPa} = \frac{39,79 \cdot 10^3 \cdot c_{AB}}{\pi/2 \cdot c_{AB}^4} \rightarrow c_{AB}^3 = 422,185 \rightarrow \underline{c_{AB} = 7,5 \text{ mm}}$$

$$d_{AB} = 2 \cdot c_{AB} = 2 \cdot 7,5 = 15 \text{ mm} \rightarrow \underline{d_{AB} = 15 \text{ mm}}$$

CD milinin çapı:



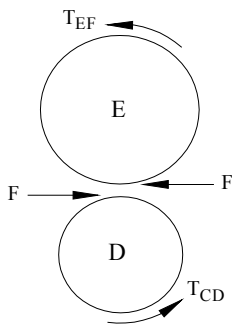
$$T_{AB} = F \cdot r_B, \quad T_{CD} = F \cdot r_C \rightarrow T_{CD} = \frac{r_C}{r_B} \cdot T_{AB} = \frac{150}{60} \cdot 39,79 = 99,5 \text{ Nm} \\ \rightarrow \underline{T_{CD} = 99,5 \text{ Nm}}$$

$$\tau_{em.} = \frac{T_{CD} \cdot c_{CD}}{J_{CD}} = 60 \text{ MPa} = \frac{99,5 \cdot 10^3 \cdot c_{CD}}{\pi/2 \cdot c_{CD}^4} \rightarrow c_{CD}^3 = 1055,73$$

$$\rightarrow \underline{c_{CD} = 10,18 \text{ mm}}$$

$$d_{CD} = 2 \cdot c_{CD} = 2 \cdot 10,18 = 20,36 \text{ mm} \rightarrow \underline{d_{CD} = 20,36 \text{ mm}}$$

EF milinin çapı:



$$T_{CD} = F \cdot r_D, \quad T_{EF} = F \cdot r_E \rightarrow T_{EF} = \frac{r_E}{r_D} \cdot T_{CD} = \frac{150}{60} \cdot 99,5 = 248,75 \text{ Nm}$$

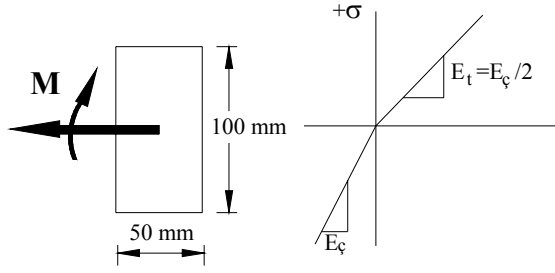
$$\rightarrow \underline{T_{EF} = 248,75 \text{ Nm}}$$

$$\tau_{em.} = \frac{T_{EF} \cdot c_{EF}}{J_{EF}} = 60 \text{ MPa} = \frac{248,75 \cdot 10^3 \cdot c_{EF}}{\pi/2 \cdot c_{EF}^4} \rightarrow c_{EF}^3 = 2639,32$$

$$\rightarrow \underline{c_{EF} = 13,82 \text{ mm}}$$

$$d_{EF} = 2 \cdot c_{EF} = 2 \cdot 13,82 = 27,64 \text{ mm} \rightarrow \underline{d_{EF} = 27,64 \text{ mm}}$$

SORU 5



Şekilde kesiti verilen dikdörtgen kiriş plastik malzemeden imal edilmiş olup çekideki elastisite modülü basıdakiğının yarısıdır. $M = 500 \text{ Nm}$ lik pozitif eğilme momenti için, a) maksimum çeki gerilmesini, b) maksimum bası gerilmesini bulunuz.

$E_ç = E_b/2$ olduğundan kiriş iki farklı malzeme gibi düşünebiliriz. Verilen durum için kirişin tarafsız ekseninin üst kısmı basıya, alt kısmı ise çekiye maruz kalacaktır. $E_b = E$ dersek $E_ç = E/2$ olacaktır. Böylece; $E_b > E_ç$ 'dir.

$\frac{E_b}{E_ç} = n = \frac{E}{E/2} = 2 \rightarrow n = 2$ dolayısıyla kirişin basıya maruz kalan üst kısmı 2 br genişlerken, çekiye maruz kalan alt kısmı 1 br genişleyecektir. Yani kirişin üst kısmının uzunluğu $2.50 = 100 \text{ mm}$ olacaktır.

Tarafsız eksen statik momentten bulunabilir. Buna göre;

$$\left[(100-x) \cdot 50 \cdot \frac{100-x}{2} \right] + \left[100 \cdot x \cdot \frac{x}{2} \right] = 0$$

$$(100-x)^2 \cdot 25 = 50 \cdot x^2 \rightarrow x^2 = \frac{(100-x)^2}{2}$$
$$\rightarrow x = 41,421 \text{ mm}$$

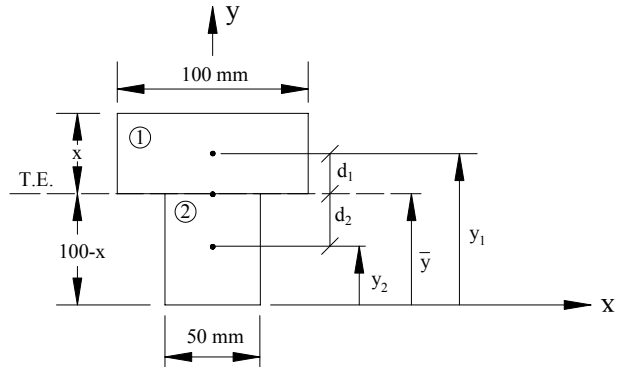
$$\bar{y} = 100 - x = 100 - 41,421 = 58,579 \rightarrow \bar{y} = 58,579 \text{ mm}$$

$$d_1 = \bar{y} - y_1 = 58,579 - \frac{58,579}{2} = 20,7105 \text{ mm}$$

$$d_2 = \bar{y} - y_2 = \frac{\bar{y}}{2} = \frac{58,579}{2} = -29,2895 \text{ mm}$$

$$I_1 = \frac{b_1 \cdot h_1^3}{12} + A_1 \cdot d_1^2 = \frac{100 \cdot 41,421^3}{12} + (100 \cdot 41,421) \cdot (20,7105)^2 = 2368865,943 \text{ mm}^4$$

$$\underline{I_1 = 2368865,943 \text{ mm}^4}$$



$$I_2 = \frac{b_2 \cdot h_2^3}{12} + A_2 \cdot d_2^2 = \frac{50.58,579^3}{12} + (50.58,579) \cdot (-29,2895)^2 = 3350229,901 \text{ mm}^4$$

$$\underline{I_2 = 3350229,901 \text{ mm}^4}$$

$$I = I_1 + I_2 = 2368865,943 \text{ mm}^4 + 3350229,901 \text{ mm}^4 = 5719095,844 \text{ mm}^4$$

$$\underline{I = 5719095,844 \text{ mm}^4}$$

Tarafsız eksenin üst kısmında maksimum bası, alt kısmında ise maksimum çeki gerilmesi meydana gelecektir. Buna göre;

$$(\sigma_{maks.})_{bası} = -\frac{n_1 \cdot M \cdot c_1}{I} = \frac{2.500.10^3 \cdot 41,421}{5719095,844} = -7,24 \text{ MPa}$$

$$\underline{(\sigma_{maks.})_{bası} = -7,24 \text{ MPa}}$$

$$(\sigma_{maks.})_{çeki} = \frac{n_2 \cdot M \cdot c_2}{I} = \frac{1.500.10^3 \cdot (-58,579)}{5719095,844} = 5,12 \text{ MPa}$$

$$\underline{(\sigma_{maks.})_{çeki} = 5,12 \text{ MPa}}$$